EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D

Varianta ….088

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

♦ **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze modulul numărului complex $\frac{4-3i}{3-4i}$.

(4p) **b)** Să se calculeze lungimea segmentului cu extremitățile în punctele $A(3,6)$ și $C(4,7)$.

(4p) **c)** Să se determine partea reală a numărului complex $P = i \cdot i^3 \cdot i^5 \cdot i^7 \cdot i^9 \cdot i^{11}$.

(4p) **d)** Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât punctele $A(3,6)$ și $C(4,7)$ să aparțină dreptei de ecuație $x + ay + b = 0$.

(2p) **e)** Să se calculeze aria triunghiului cu vârfurile în punctele $A(3,6)$, $B(1,1)$ și $C(4,7)$.

(2p) **f)** Să se determine $a,b \in \mathbf{R}$, astfel încât să aibă loc egalitatea de numere complexe $\frac{5+2i}{2-5i} = a + bi$.

SUBIECTUL II (30p)

1.

(3p) **a)** Să se calculeze $\hat{3}^{2007}$ în $\mathbf{Z}_8$.

(3p) **b)** Să se calculeze $C_9^3 - C_9^6 + C_8^8$.

(3p) **c)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale strict pozitive ecuația $\log_5 x = -1$.

(3p) **d)** Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $64^x - 32 = 0$.

(3p) **e)** Să se calculeze probabilitatea ca un element $n \in \{1,2,3,4,5\}$ să verifice relația $5^n < 30$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^7 + 2x - 1$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in \mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\int_0^1 f(x)dx$.

(3p) **c)** Să se calculeze $\lim_{x\to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.

(3p) **d)** Să se arate că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim_{n\to\infty} \frac{2\sqrt{n}+3}{5\sqrt{n}-2}$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi mulţimea $C(A)=\{X\in M_2(\mathbf{C})\mid XA=AX\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A.

(4p) **b)** Să se calculeze matricea A^2.

(4p) **c)** Să se determine rangul matricei A.

(2p) **d)** Să se arate că matricea A este inversabilă şi să se calculeze inversa acesteia.

(2p) **e)** Să se arate că, dacă $U,V\in C(A)$, atunci $U\cdot V\in C(A)$.

(2p) **f)** Să se arate că, dacă $X\in C(A)$, atunci există $a,b\in\mathbf{C}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}$.

(2p) **g)** Să se arate că, dacă $Y\in C(A)$ şi $Y^{2007}=O_2$, atunci $Y=O_2$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcţiile $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=2+\arcsin(\sin x)$ şi $F:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $F(x)=\int_0^x f(t)dt$.

(4p) **a)** Să se verifice că $f(x+2\pi)=f(x)$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f(0)+f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

(4p) **c)** Să se arate că $2-\frac{\pi}{2}\le f(x)\le 2+\frac{\pi}{2}$, $\forall x\in\mathbf{R}$.

(2p) **d)** Să se arate că nu există $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

(2p) **e)** Să se arate că orice primitivă a funcţiei f este strict crescătoare pe $\mathbf{R}$.

(2p) **f)** Să se verifice că $F(x)=2x+\frac{x^2}{2}$, $\forall x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$.

(2p) **g)** Să se arate că $F(\sqrt{2006})<F(\sqrt{2007})$.